

# ELEKTROTECHNICKÝ TAHÁK - 1

## STEJNOSMĚRNÝ PROUD

### 1) ZÁKLADNÍ VELIČINY A JEDNOTKY

veličina	značka	základní jednotka	jednotky používané v technické praxi
elektrické napětí	$U$	[V] volt	MV, kV, V, mV, $\mu$ V
elektrický proud	$I$	[A] ampér	kA, A, mA, $\mu$ A
elektrický odpor	$R$	[ $\Omega$ ] ohm	M $\Omega$ , k $\Omega$ , $\Omega$ , m $\Omega$
elektrická vodivost	$G$	[S] siemens	S, mS
měrný odpor	$\rho$	[ $\Omega$ m] ohm·metr <sup>*1)</sup>	$\Omega$ /m/mm <sup>2</sup> <sup>*2)</sup>
měrná vodivost	$\gamma$	[1/ $\Omega$ m]	m/ $\Omega$ ·mm <sup>2</sup>
proudová hustota	$j$ ( $\sigma$ )	[A/m <sup>2</sup> ] ampér na metr čtvereční	A/mm <sup>2</sup>
náboj <sup>*3)</sup>	$Q$	[C] coulomb	Ah, mAh, As, mAs
kapacita	$C$	[F] farad	$\mu$ F, nF, pF (F, mF) <sup>*4)</sup>
elektrický výkon	$P$	[W] watt	MW, kW, W, mW
elektrická práce	$E, W$	[Ws] wattsekunda (joule)	MWh, kWh, Wh, Ws

#### Poznámky:

<sup>\*1)</sup> v praxi nepoužitelná jednotka vyjadřuje odpor vodiče o délce 1 m a průřezu 1 m<sup>2</sup>.

<sup>\*2)</sup> jednotka **ohm na metr na milimetr čtvereční** (správný fyzikální rozměr je  $\Omega$ mm<sup>2</sup>/m) používaná v technické praxi vyjadřuje odpor vodiče o délce 1 m a průřezu 1 mm<sup>2</sup>.

<sup>\*3)</sup> u elektrochemických zdrojů se v technické praxi používá termín **kapacita** (kapacita akumulátoru) se základní jednotkou **1 Ah** (ampérhodina).

<sup>\*4)</sup> jednotky farad a milifarad se používají jen výjimečně, zpravidla u velkých filtračních kondenzátorů napájecích zdrojů a palubních sítí.

## 2) ZÁKLADNÍ ZÁKONY ELEKTROTECHNIKY

Ohmův zákon:

$$U = R \cdot I \quad I = \frac{U}{R} \quad R = \frac{U}{I}$$

Původní definice Ohmova zákona, tzv. Ohmův zákon v diferenciálním tvaru

$$j = \gamma E$$

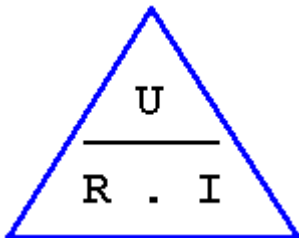
kde je:  $j$  - proudová hustota

$\gamma$  - měrná vodivost

$E$  - intenzita elektrického pole

### Poznámka:

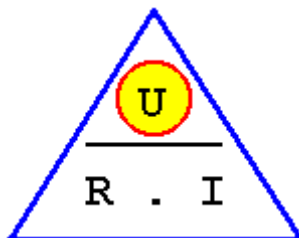
Na základních školách a středních se jako pomůcka používá tzv. "Ohmův trojúhelník"



Umožňuje snadné určení postupu výpočtu jedné veličiny, pokud známe dvě zbývající.

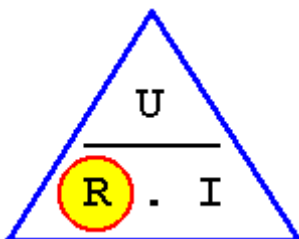
Použití:

Zakryjeme veličinu kterou hledáme a zbylé dvě se objeví ve správném vzorci.



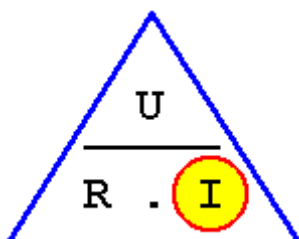
Výpočet napětí U z odporu R a proudu I:

$$U = R \cdot I$$



Výpočet odporu R z napětí U a proudu I:

$$R = \frac{U}{I}$$



Výpočet proudu I z napětí U a odporu R:

$$I = \frac{U}{R}$$

První Kirchhoffův zákon:

$$\sum_i I_i = 0$$

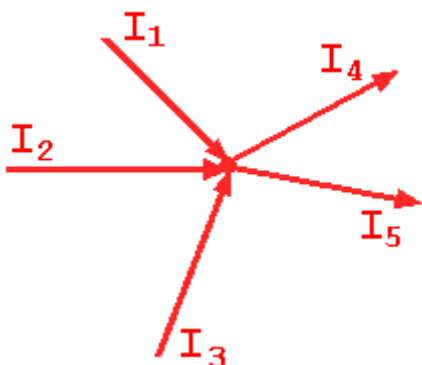
Součet proudů v uzlu elektrického obvodu je vždy nulový.

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_{n-1} + I_n = 0$$

**Poznámka:**

Definice používaná na základních a středních školách říká:

Součet proudů, které vstupují do uzlu elektrického obvodu je roven součtu proudů, které z tohoto uzlu vycházejí.



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

po matematické úpravě

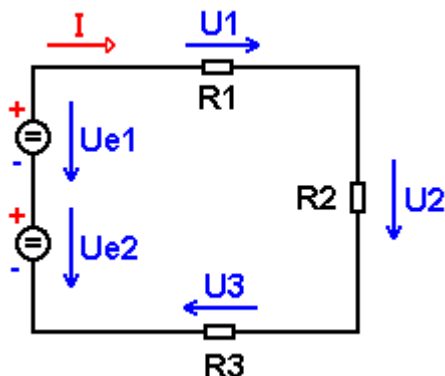
$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Proudy vstupující do uzlu uvažujeme jako kladné, proudy, které z uzlu vycházejí, uvažujeme jako záporné.

Druhý Kirchhoffův zákon:

$$\sum_i U_i = 0$$

Součet napětí v uzavřené smyčce elektrického obvodu je vždy nulový.



**Poznámka:**

- 1. Vektory úbytků napětí na rezistorech jsou vždy ve směru procházejícího proudu.
- 2. Vektory napětí zdrojů směřují vždy od kladného pólu k zápornému.

$$\bar{U}_{e1} + \bar{U}_{e2} + \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3 = 0$$

při respektování směru vektorů vzhledem ke směru proudu

$$U_1 + U_2 + U_3 - U_{e1} - U_{e2} = 0$$

### 3) ZÁKLADNÍ VZTAHY PRO VÝPOČTY

napětí, proud, odpor (Ohmův zákon)  $U = R \cdot I$  (3.1a)

$$I = \frac{U}{R} \quad (3.1b)$$

$$R = \frac{U}{I} \quad (3.1c)$$

odpor - vodivost  $G = \frac{1}{R}$  (3.2a)

$$R = \frac{1}{G} \quad (3.2b)$$

odpor vodiče  $[\Omega; \Omega/\text{m}/\text{mm}^2, \text{m}, \text{mm}^2]^{*2)}$   $R_v = \frac{\rho \cdot l}{S}$  (3.3)

odpor vedení (dva vodiče stejné délky)  $R_v = \frac{2 \cdot \rho \cdot l}{S}$   (3.4)

#### Poznámka:

Typické hodnoty měrného odporu  $\rho$  pro nejpoužívanější vodiče:

měď  $\rho_{\text{Cu}} = 0,018 \Omega/\text{m}/\text{mm}^2$

hliník  $\rho_{\text{Al}} = 0,027 \Omega/\text{m}/\text{mm}^2$

proudová hustota  $[\text{A}/\text{mm}^2; \text{A}, \text{mm}^2]$   $j = \frac{I}{S}$  (3.5)

náboj (pro konstantní proud)  $Q = I \cdot t$  (3.6a)

náboj (pro proměnný proud)  $Q = \int_{t_1}^{t_2} I_{(t)} \cdot dt$  (3.6b)

elektrický výkon  $P = U \cdot I$  (3.7a)


$$P = R \cdot I^2 \quad (3.7b)$$

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (3.7c)$$


elektrická práce (pro konstantní výkon)  $E = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$  (3.8a)

elektrická práce (pro proměnný výkon)  $E = \int_{t_1}^{t_2} P_{(t)} \cdot dt$  (3.8b)

úbytek napětí na vodiči  $[V; A, \Omega/m/mm^2, m, mm^2]^{*2)}$   $U_v = I \cdot \frac{\rho \cdot l}{S}$  (3.9a)

úbytek napětí na vedení  $[V; A, \Omega/m/mm^2, m, mm^2]^{*2)}$   $U_v = 2 \cdot I \cdot \frac{\rho \cdot l}{S}$  (3.9b) 

ztrátový výkon na vodiči  $[W; A, \Omega/m/mm^2, m, mm^2]^{*2)}$   $P_v = I^2 \cdot \frac{\rho \cdot l}{S}$  (3.10a)

ztrátový výkon na vedení  $[W; A, \Omega/m/mm^2, m, mm^2]^{*2)}$   $P_v = 2 \cdot I^2 \cdot \frac{\rho \cdot l}{S}$  (3.10b) 

**Poznámka:**

<sup>\*2)</sup> jednotka **ohm na metr na milimetr čtvereční** (správný fyzikální rozměr je  $\Omega mm^2/m$ ) používaná v technické praxi vyjadřuje odpor vodiče o délce 1 m a průřezu  $1 mm^2$ .

**Poznámka:**

Při výpočtech v technických jednotkách lze s výhodou využít následující vztahy, které se odvíjejí od použití násobících předpon:

Ohmův zákon  $1 k\Omega \times 1 mA = 1 V, 1 V / 1 mA = 1 k\Omega, 1 V / 1 k\Omega = 1 mA$

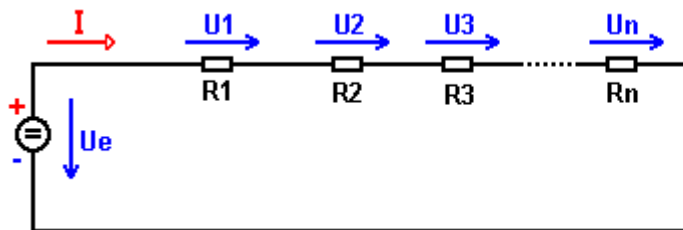
Elektrický výkon  $1 V \times 1 mA = 1 mW, 1 kV \times 1 kA = 1 MW$

Elektrická práce  $E = U \cdot I \cdot t / 1000$  [kWh; V, A, hod]

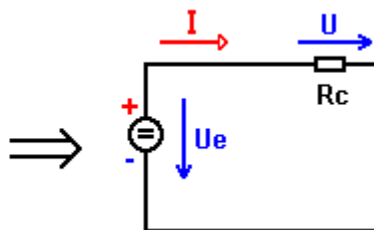
**Nejběžnější násobící předpony používané v elektrotechnické praxi**

předpona	značka	násobitel	předpona	značka	násobitel
piko	p	$10^{-12}$	kilo	k	$10^3$
nano	n	$10^{-9}$	mega	M	$10^6$
mikro	$\mu$	$10^{-6}$	giga	G	$10^9$
mili	m	$10^{-3}$	tera	T	$10^{12}$

#### 4) SÉRIOVÉ ŘAZENÍ ODPORŮ



Obr. 4.1 Sériové spojení odporů



Obr. 4.2 Náhrada výsledným odporem

**Proud  $I$  je podle 1. Kirchhoffova zákona v celém obvodu (obr. 4.1, 4.2) konstantní.**

Podle 2. Kirchhoffova zákona platí:

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n - U_e = 0 \quad (4.1)$$

$$U - U_e = 0 \quad (4.2)$$

po dosazení z Ohmova zákona

$$I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + \dots + I \cdot R_n - U_e = 0 \quad (4.3)$$

$$I \cdot R_c - U_e = 0 \quad (4.4)$$

po úpravě

$$I \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n) = U_e \quad (4.5)$$

$$I \cdot R_c = U_e \quad (4.6)$$

porovnáním rovnic (4.5) a (4.6)

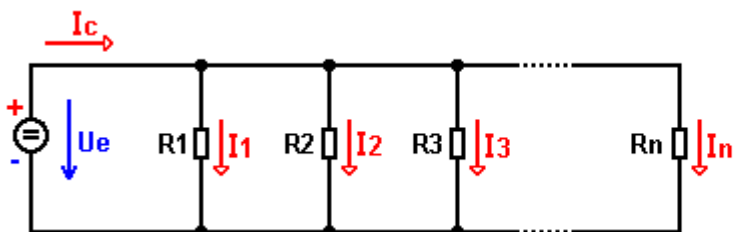
$$I \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n) = I \cdot R_c$$

a po zkrácení  $I$

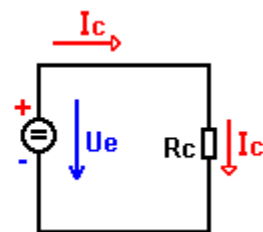
$$R_c = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (4.7)$$

$$R_c = \sum_{i=1}^n R_i \quad (4.8)$$

#### 5) PARALELNÍ ŘAZENÍ ODPORŮ



Obr. 5.1 Paralelní spojení odporů



Obr. 5.2 Náhrada výsledným odporem

**Napětí  $U_e$  je konstantní pro všechny odpory v obvodu (obr. 5.1, 5.2).**

Podle 1. Kirchhoffova zákona platí:

$$I_c = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n \quad (5.1)$$

po dosazení z Ohmova zákona

$$I_c = \frac{U_e}{R_1} + \frac{U_e}{R_2} + \frac{U_e}{R_3} + \dots + \frac{U_e}{R_n} \quad (5.2)$$

$$I_c = \frac{U_e}{R_c} \quad (5.3)$$

s využitím rovnice (3.2a) dosadíme za  $1/R$  vodivost  $G$

$$I_c = U_e \cdot G_1 + U_e \cdot G_2 + U_e \cdot G_3 + \dots + U_e \cdot G_n \quad (5.4)$$

$$I_c = U_e \cdot G_c \quad (5.5)$$

po úpravě

$$I_c = U_e \cdot (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n) \quad (5.6)$$

porovnáním rovnic (5.5) a (5.6)

$$U_e \cdot (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n) = U_e \cdot G_c$$

a po zkrácení  $U_e$

$$G_c = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n \quad (5.7)$$

$$G_c = \sum_{i=1}^n G_i \quad (5.8)$$

s využitím rovnic (3.2a) a (3.2b)

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (5.9)$$

$$R_c = \frac{1}{\sum_{i=1}^n G_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}} \quad (5.10)$$

### **Poznámka:**

Z rovnice (5.9) lze pro dva paralelně spojené odpory odvodit známý vztah

$$R_c = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (5.11)$$

### **Poznámka:**

V dalších textech budeme místo matematického symbolu suma od  $i = 1$  do  $n$

$$\sum_{i=1}^n$$

používat pro zjednodušení symbol suma přes všechna  $i$

$$\sum_i$$